



## EFFECTO DE LA CURTOSIS Y DE LAS MATRICES DE DISPERSIÓN EN LOS DISEÑOS DE MEDIDAS REPETIDAS.

P. Fernández

G. Vallejo

Depto. de Psicología

Universidad de Oviedo

e-mail: paula@pinon.ccu.uniovi.es

### ABSTRACT.

Two analysis procedures for a random experimental design with several consecutive measures through time in each of the experimental units, are examined in this paper. One of them consists in facing data applying AVAR mixed model with modelated error structure by AR processes. On the other side, the problem also is faced from a more general perspective, using a repeated measures multivariate approach. Data were simulated by Monte Carlo procedures to investigate the effect that have no satisfaction of independence, sphericity and normality assumptions on the biases degree of estimated parametres, on the empirical probability to make type I errors and, on the power of statistical test of the two procedures.

**Key word:** Repeated measures, errors with serial dependence, autorregresives processes, skewness positive, skewness negative.

### 1.- Introducción

Diferentes trabajos han argumentado que en el campo aplicado, especialmente en el campo de la psicología, y asociado con medidas psicométricas, se encuentran a menudo “outliers” y curvas con un fuerte apuntamiento -un elevado grado de curtosis- (Student, 1927; Box y Anderson, 1955; Micceri, 1989; Sawilowsky y Blair, 1992; Wilcox, 1990a, 1993). Tukey (1960) argumentó que cuando esto sucede, el error estándar de la media muestral puede incrementar sensiblemente y como resultado de esta enfermedad, los métodos para comparar medias pueden mostrar un comportamiento conservador y también poca potencia. Yuen (1974) describió un método para abordar este problema donde comparaba medias ajustadas para dos grupos independientes. Wilcox (1993) extiende la solución -D-, descrita por Yuen en 1973, a los diseños de medidas repetidas y bloques aleatorizados, y lo estudia junto con el procedimiento univariado ajustando los grados de libertad mediante el procedimiento de Huynh y Feldt (1976). Los resultados obtenidos por Wilcox (1993) se podrían resumir de la siguiente manera:

- El error de Tipo I disminuye conforme se incrementa el apuntamiento de la curva, manifestando un comportamiento excesivamente conservador, sobre todo para  $\alpha=.01$  cuando el grado de curtosis es elevado.

- La prueba univariada ajustada  $\tilde{\epsilon}$  tiene un mejor comportamiento que D cuando  $\epsilon=.43$ , no obstante,  $\epsilon$  empeora cuando incrementa el tamaño de la muestra y D mejora cuando incrementa el tamaño de la muestra.

-Si  $\epsilon=1$ , D, es excesivamente sensible al grado de correlación constante; empeora (se vuelve más conservador) conforme ésta es mayor.  $\epsilon$  es insensible al grado de correlación constante.

-Para el mismo tamaño del efecto, la potencia decrece para los dos procedimientos conforme incrementa la curtosis; aunque se observa mayor potencia para D, ninguno de los procedimientos tiene una potencia aceptable para elevados grados de apuntamiento.

## 2.- Objetivos

El objetivo general de este trabajo es examinar el comportamiento de diferentes procedimientos de análisis: procedimiento univariado usual -U-, procedimiento univariado con la correlación corregida -AR- procedimientos univariados ajustados  $\hat{\epsilon}$  -GG-,  $\tilde{\epsilon}$  -HF- y Mínimo valor de  $\epsilon$  -ME-, además del procedimiento multivariado -M-, para un diseño de medidas parcialmente repetidas 2x8 de efectos fijos, cuya ecuación estructural es

$$y_{ijk} = \mu + \alpha_j + \pi_{i(j)} + \beta_k + (\alpha\beta)_{jk} + (\beta\pi)_{ki(j)} + e_{ijk} \text{ en dos modelos diferentes:}$$

- 1- Modelo no aditivo: condición de Ho para el tratamiento y la interacción.
- 2- Modelo aditivo

y bajo dos estructuras diferentes de la matriz de dispersión:

a- Homoscedasticidad más correlación en la estructura del error ( $\phi=.80, \epsilon=.47$ ) que denominaremos Modelo  $\Sigma I$ .

b- Heteroscedasticidad y correlación arbitraria ( $\phi=0, \epsilon=.47$ ) que denominaremos Modelo  $\Sigma II$ .

en las siguientes condiciones:

- n=16 y n=32
- Diferentes grados de apuntamiento de la curva que arbitrariamente denominamos normal, baja, media y alta
- Homogeneidad de las matrices de covarianza para la variable entre sujetos.

### 3.- Método

Efectuamos comparaciones en las siguientes áreas:

- Tasa de error de Tipo I
- Potencia de prueba
- Precisión de las estimaciones efectuadas.

- Para cada una de los procedimientos de análisis se realizaron 5000 replicaciones en cada una de las situaciones señaladas.

- La eficacia y robustez de los diferentes procedimientos de estimación se determinó aplicando el criterio de robustez de Bradley  $0.5\alpha \leq \hat{\alpha} \leq 1.5\alpha$ .

La generación de los datos se efectuó siguiendo los siguientes pasos:

1- Generamos vectores  $z_{ij}$  desde una distribución normal multivariada.

2- Operamos  $x_{ij} = \frac{\exp(gz_{ij}) - 1}{g} \exp(hz_{ij}^2/2)$

utilizando la distribución g y h (Hoaglin, 1985), donde g hace referencia al sesgo y h a la curtosis.

3- Los vectores de observaciones se obtuvieron  $y_{ij} = Tx_{ij} + \mu$ .

Los valores de h utilizados fueron (.1; .2; .4 y .8) siempre para g=0. En la Tabla I se exponen las medias de los estimadores de las distribuciones muestrales utilizadas.

	n	media	desv.est	sesgo	curtosis
h=0.1	16	-0.007	1.15	-0.013	0.766
	32	0.001	1.166	-0.006	1.133
	1000	0.001	1.166	0.068	3.921
h=0.2	16	-0.004	1.37	0.03	1.68
	32	-0.0125	1.397	0.0152	2.781
	1.000	-0.011	1.41	-0.076	7.548
h=0.4	16	0.05	2.133	0.05	3.522
	32	-0.0285	2.883	-0.095	6.566
	1.000	0.038	2.883	-0.095	89.45
h=0.8	16	0.365	14.861	-0.014	6.808
	32	0.399	11.514	0.11	14.684
	1.000	0.082	14.219	0.122	136.613

**Tabla I. Medias de los estimadores de las distribuciones muestrales utilizadas.**

## 4.- Resultados

### 4.1.- Error de tipo I para el tratamiento, modelo no aditivo. (Ver Tabla II en apéndice).

#### *Modelo $\Sigma I$*

A)  $n=16$ ,  $\alpha=.01$

El procedimiento univariado usual (U) es liberal para todos los grados de curtosis, excepto cuando ésta es alta, que entonces, manifiesta un comportamiento conservador.

Los procedimientos univariados ajustados (GG, HF, y ME) son todos, y de la misma manera, excesivamente conservadores.

Los procedimientos AR (Univariado con la correlación corregida) y M (Multivariado), se ajustan al nivel nominal, observándose un comportamiento más estable en el procedimiento multivariado.

B)  $n=16$ ,  $\alpha=.05$

U y AR son liberales para una curtosis normal, conservadores para una curtosis alta y mantienen el error en su nivel nominal para los otros dos grados de curtosis intermedias manejados.

GG y HF se comportan bien para una curtosis normal y conservadores para el resto de los grados de curtosis utilizados.

M se ajusta siempre a su valor nominal.

ME es siempre excesivamente conservador.

C)  $n=32$ ,  $\alpha=.01$

U es siempre liberal, siendo este comportamiento más acusado cuando menor es el grado de la curtosis.

Los procedimientos univariados ajustados son siempre excesivamente conservadores.

AR es liberal, excepto para una curtosis alta, en la que es conservador.

M se ajusta a su nivel nominal para una curtosis normal; es liberal para una curtosis baja y media, y conservador para una curtosis alta.

D)  $n=32$ ,  $\alpha=.05$

U es liberal para una curtosis normal y baja, y mantiene el error al nivel nominal en el resto.

Los procedimientos univariados ajustados (GG y HF) mantienen el error en su nivel nominal, excepto para curtosis elevadas que son conservadoras.

AR y M se comportan prácticamente igual, ajustando el error en su nivel nominal, excepto para una curtosis media.

ME es siempre conservador.

#### *Modelo $\Sigma II$*

A)  $n=16$ ,  $\alpha=.01$

U y AR son siempre liberales, y se comportan prácticamente igual a lo largo de los distintos grados de curtosis.

Todos los demás procedimientos son conservadores de la misma manera.

B)  $n=16$ ,  $\alpha=.05$

U y AR son liberales, excepto para una curtosis alta.

UF y M se ajustan igual de bien al error nominal.

GG se ajusta bien para una curtosis normal y baja, pero es conservador para el resto.

ME es siempre conservador.

C)  $n=32$ ,  $\alpha=.01$

U y AR son siempre liberales, y se comportan prácticamente igual a lo largo de los distintos grados de curtosis.

GG y HF se comportan de la misma manera, sólo se ajustan bien para una curtosis normal o baja. Cuando el apuntamiento es alto son conservadores; curiosamente para una curtosis media son liberales.

M es el que tiene un comportamiento más estable y se ajusta bien excepto para una curtosis alta.

ME es siempre conservador.

D)  $n=32$ ,  $\alpha=.05$

U y AR son siempre liberales, pero se ajustan bien para curtosis altas.

ME es siempre conservador.

Los demás procedimientos (GG, HF y AMUAR) se ajustan perfectamente, e igual de bien.

#### **4.2.- Error de tipo I para la interacción - modelo no aditivo y aditivo. (Tabla III y Tabla IV respectivamente).**

El hecho de describir los resultados conjuntamente para los dos modelos es debido a la gran similitud entre ellos.

##### ***Modelo $\Sigma I$***

A)  $n=16$ ,  $\alpha=.01$

U es siempre liberal.

Los demás procedimientos tienen un comportamiento extraño y todos más o menos igual, son conservadores para una curtosis baja y alta y mantienen el error en su nivel nominal para una curtosis normal o media.

B)  $n=16$ ,  $\alpha=.05$

U es prácticamente siempre liberal.

Los procedimientos univariados ajustados, GG y HF y el procedimiento M mantienen el error en su nivel nominal.

AR mantiene un comportamiento más cercano al nivel nominal que los demás procedimientos, excepto cuando la curtosis es alta.

C)  $n=32$ ,  $\alpha=.01$

U es el más liberal de todos.

Ninguno de los otros procedimientos se comporta siempre bien, quizás, es el procedimiento multivariado el mejor.

D)  $n=32$ ,  $\alpha=.05$

U y AR son liberales.

Los procedimientos univariados ajustados (GG y HF) tienen un comportamiento no muy definido.

M controla el error de tipo I al nivel nominal.

ME es siempre conservador.

### **Modelo $\Sigma II$**

A)  $n=16$ ,  $\alpha=.01$

El peor comportamiento lo tienen U y AR que suelen ser liberales.

ME y M son siempre conservadores.

GG y HF mantienen el error al nivel nominal excepto para una curtosis elevada.

B)  $n=16$ ,  $\alpha=.05$

Todos los procedimientos, excepto U y AR que son liberales, mantienen el error al nivel nominal.

C)  $n=32$ ,  $\alpha=.01$

AR y U mantienen un comportamiento liberal excepto para una curtosis alta.

M es el que manifiesta un mejor comportamiento.

D)  $n=32$ ,  $\alpha=.05$

AR y U mantienen un comportamiento liberal excepto para una curtosis alta.

M mantiene el error en su nivel nominal.

### **4.3.- Potencia para el tratamiento, modelo aditivo. (Ver Tabla V).**

#### **Modelo $\Sigma I$**

A)  $n=16$ ,  $\alpha=.01$

El procedimiento U tiene una potencia elevada .92 y .79 para una curtosis normal y baja respectivamente aunque por debajo de su nivel teórico ( $1-B = .99$ ).

GG y HF también tienen una potencia alta (.77 y .84) respectivamente para una curtosis normal, aunque un poco por debajo de su nivel teórico.

M manifiesta la potencia más baja, situada por debajo de su nivel teórico.

El incremento de la curtosis reduce la potencia.

B)  $n=16$ ,  $\alpha=.05$

La potencia es más elevada para  $\alpha=.05$  que para .01 para todos los procedimientos, siendo para U menor que su nivel teórico, pero para HF y GG está por encima de su nivel teórico (para una curtosis normal).

Aunque el procedimiento Multivariado tiene menor potencia que los demás procedimientos, es el método que más gana al incrementar el nivel de significación y supera a su nivel teórico.

El incremento de la curtosis disminuye la potencia.

C)  $n=32$ ,  $\alpha=.01$

Incrementa la potencia para todos los procedimientos y para una curtosis normal o baja está por encima del nivel teórico. A partir de este nivel de apuntamiento la potencia decrece enormemente.

D)  $n=32$ ,  $\alpha=.05$

De nuevo la potencia incrementa superando el nivel teórico pasa todos los procedimientos para una curtosis normal o baja.

El procedimiento Multivariado es el procedimiento más sensible al incremento del nivel de significación, incrementa más la potencia que ningún otro procedimiento, superando su nivel teórico hasta una curtosis media.

### ***Modelo $\Sigma II$***

Para los dos tamaños de grupo y para los dos niveles de significación, todos los procedimientos (U, AR, GG, HF y ME) tienen una potencia muy elevada, superior a su valor teórico para una curtosis normal o baja; sin embargo, un mayor apuntamiento de la curva hace decrecer la potencia enormemente.

El procedimiento Multivariado es completamente robusto frente a los distintos grados de curtosis y siempre manifiesta la máxima potencia.

## **5.- Discusión de resultados**

### **5.1.- Error de tipo I para el tratamiento, modelo no aditivo**

#### ***Modelo $\Sigma I$***

Conforme incrementa el grado de curtosis, de la misma manera que obtuvo Wilcox (1993), el comportamiento respecto al error de tipo I es, cuando menos, curioso, aunque parece existir una tendencia general a la reducción del error.

Cuando incrementa el número de sujetos por grupo, incrementa también el error. También en esto coincidimos con Wilcox (1993). Pero aquí hay que hacer la siguiente observación. Dado que estas pruebas (GG, HF para  $\alpha=.01$  por ejemplo, - Wilcox estudió HF-) son conservadoras (para un nivel bajo de apuntamiento, pero por encima de cero), el incremento de sujetos para un mismo nivel de significación favorece a estas pruebas haciendo que se ajusten al nivel nominal, pero siempre y cuando la curtosis, en nuestro caso sea menor o igual de 1.680 para  $n=16$  y menor o igual de 2.781 para  $n=32$  (en Wilcox, 1993, menor o igual 1.162 para  $n=10$  y menor o igual de 1.800 para  $n=20$ ). Si la curtosis es mayor el incremento del error es insignificante al aumentar el tamaño de la muestra y estas pruebas ya no se ven favorecidas .

Tanto para  $n=16$ , como para  $n=32$ , parece existir una tendencia a comportarse mejor para  $\alpha=.05$  que para  $\alpha=.01$  (también comprobado por Wilcox, 1993).

Los procedimientos univariados ajustados (GG y HF) mejoran conforme incrementa  $\alpha$ , que pasarían de ser conservadores, para  $\alpha=.01$ , a algunas veces, mantener el error en su nivel nominal para  $\alpha=.05$ , y de los dos, el error es siempre mayor para HF, y esto pasa independientemente del tamaño de los grupos. Esto es esperable; que HF para un grado de no

esfericidad menor de .75 tiene un comportamiento liberal (ya fue comprobado primero por Huynh y Feldt, 1976; después por distintos autores y también por Wilcox, 1993, - que es nuestro artículo de referencia-. Podemos concluir, que si hemos de utilizar los procedimientos univariados ajustados, nunca hacerlo para  $\alpha = .01$ . Solamente tienen un buen comportamiento para  $\alpha = .05$  y cuando la curtosis es normal o baja, (esto también se desprende del trabajo de Wilcox, 1993, con respecto a la prueba HF).

Aunque los procedimientos AR y M tienen un comportamiento similar, tanto para  $\alpha = .05$  como para  $\alpha = .01$ , como para  $n=16$  ó  $32$ , M es el más estable a lo largo de los distintos niveles de curtosis utilizados.

El procedimiento U usual siempre tiene un comportamiento liberal excepto para una curtosis elevada (que es conservador). Este resultado es esperable, dado que no corrige la ausencia de esfericidad y en nuestro caso es .46.

El procedimiento AR no se comporta uniformemente mejor que los procedimientos univariados ajustados ni que el procedimiento univariado usual. Con respecto a los primeros se comporta mejor para  $\alpha = .01$  y  $n=16$ ; con respecto al segundo se comporta mejor para  $\alpha = .01$  y  $n=16$  y para  $\alpha = .05$  y  $n=32$ .

El procedimiento AR se comporta muy bien (se ajusta a su valor nominal) para  $\alpha = .05$  y  $n=32$ . En este caso es el más estable de los procedimientos conforme incrementa el apuntamiento de la curva y ajusta el error en su nivel nominal para todos los grados de curtosis.

M se ajusta perfectamente para  $n=16$  y  $\alpha = .01$  ó  $.05$ , a lo largo de todos los niveles de curtosis manejados (es el procedimiento más robusto conforme incrementa la curtosis), pero un incremento de sujetos, excepto cuando la curtosis sea muy elevada (que es conservador), provoca que esta prueba sea liberal.

Para una situación como ésta, donde existe correlación alta (.80) y ausencia de esfericidad (.47), el procedimiento de Wilcox (1993), tendría un comportamiento peor que AR o M en el caso que nos ocupa y para la que esta prueba fue desarrollada (el incremento del apuntamiento de la curva, siempre y cuando el sesgo sea 0).

### **Modelo ΣII**

Tanto para  $n=16$  como para  $n=32$ , se observa un mejor comportamiento de todas las pruebas para el  $\alpha = .05$  que para  $\alpha = .01$ .

Los procedimientos univariados ajustados (GG y HF) mejoran conforme incrementa el nivel de significación, que pasarán de ser conservadores para  $\alpha = .01$ , a, algunas veces, mantener el error en su nivel nominal para  $\alpha = .05$ . El error es siempre mayor para HF, y esto pasa siempre, independientemente del número de sujetos de los grupos.

Los procedimientos univariados ajustados sólo tienen un comportamiento aceptable para  $\alpha = .05$ , y siempre y cuando la curtosis sea normal o baja.



Aunque el error parece reducirse conforme incrementa la curtosis, esta tendencia no es tan evidente como para  $\Sigma I$ .

Los procedimientos U y AR tienen un comportamiento prácticamente igual (e igualmente liberal) para todos los niveles de significación utilizados. Esto no es más que un artefacto del método de análisis; el procedimiento U, no corrige la ausencia de esfericidad y el procedimiento AR, al no encontrar correlación no la extrae del error, y por tanto se comporta como el modelo usual de Avar.

Los procedimientos HF y M se comportan prácticamente de la misma manera para todos los niveles de  $\alpha$ , y los dos tamaños de muestra utilizados.

El procedimiento multivariado manifiesta siempre un buen comportamiento y más estable que el resto, y se comporta mejor para los dos niveles de  $\alpha$  conforme incrementa el número de sujetos (para  $n=32$ , M ajusta el error bien para los dos niveles de significación utilizados, sin embargo, HF sólo se ajusta bien para  $\alpha=.05$ ). Teniendo en cuenta nuestros resultados en el caso de tener pocos sujetos debemos utilizar el AMVAR con un nivel de significación mayor de 0'01. De esta manera aseguraremos un buen ajuste, aunque esta prueba tampoco está exenta de que para niveles altos de curtosis sea conservadora.

Para  $\alpha=.01$  las pruebas univariadas ajustadas y M se ven favorecidas al incrementar el número de sujetos, que pasarían de ser conservadores, a controlar el error. En esta situación también el AMVAR podría ser una alternativa al procedimiento desarrollado por Wilcox (1993).

## **5.2.- Error de tipo I para la interacción - modelo aditivo y no aditivo**

El comportamiento es prácticamente igual, tanto para el modelo no aditivo, como para el aditivo.

### ***Modelo $\Sigma I$***

Parece observarse una tendencia a reducirse el error conforme incrementa la curtosis para todas las pruebas.

Se observan las mismas generalidades que ya señalamos para el tratamiento.

### ***Modelo $\Sigma II$***

U y AR mantienen un comportamiento siempre liberal y aproximadamente igual para una curtosis normal o baja. Hay que señalar que para  $\alpha=.01$  para los dos tamaños de muestra utilizados, controlan el error para una curtosis alta y para  $\alpha=.05$  controlar el error para una curtosis media y alta.

El comportamiento más estable lo tiene el AMVAR. Cuando el nivel de significación es  $\alpha=.05$  el error de tipo I sólo lo mantiene al nivel nominal para  $\alpha=.01$  si el número de sujetos por grupo es elevado.

### 5.3.- Potencia para el tratamiento - modelo aditivo

#### *Modelo $\Sigma I$*

Para  $n=16$  los procedimientos U, AR, GG y HF tienen una potencia elevada pero sólo cuando la curtosis es normal o baja (coincidimos con Wilcox, 1993).

El procedimiento Multivariado tiene una potencia muy baja.

Al incrementar el número de sujetos, M también tiene una potencia muy elevada, aunque algo inferior al resto de los procedimientos Univariados y sólo para una curtosis normal o baja.

En esta situación ningún procedimiento mejoraría al procedimiento D de Wilcox (1993).

#### *Modelo $\Sigma II$*

El procedimiento Multivariado es completamente robusto frente al incremento de la curtosis en todas las situaciones aquí estudiadas.

Los demás procedimientos, tienen un comportamiento excelente sólo cuando la curtosis es normal o baja.

El procedimiento Multivariado sí sería una alternativa al procedimiento D que Wilcox desarrolló.

Tanto para  $\Sigma I$  como para  $\Sigma II$ :

La potencia se reduce conforme incrementa el grado de apuntalamiento de la curva (también encontrado por Wilcox, 1993).

La potencia incrementa, conforme incrementa el nivel de significación y conforme incrementa el número de sujetos, pero es el Multivariado el más sensible a estos dos factores.

Es siempre más potente U que AR.

De los procedimientos univariados ajustados, es el procedimiento HF el que tiene la mayor potencia (esto es consecuente con los resultados obtenidos para el error de tipo I).

### 6.- Conclusiones

#### 6.1.- Error de tipo I para el tratamiento, modelo no aditivo

##### *Modelo $\Sigma I$*

Para  $n=16$  (cualquiera que sea el nivel de significación) el procedimiento multivariado mantiene el error en su nivel nominal para todos los grados de curtosis estudiadas.

Para  $n=32$  (elevado número de sujetos) y  $\alpha=.05$ , el procedimiento AR es estable a lo largo de todos los niveles de la curtosis estudiadas, y controla el error en su nivel nominal.

Si para  $n=32$  utilizamos M, para curtosis moderadas (2.781, 3.5226) podemos cometer un error de 2.03  $\alpha$  y es conservadora para  $\alpha=.05$ .

Aunque AR y M son los que siempre experimentan un mejor comportamiento, tanto para  $\alpha=.01$  como para  $\alpha=.05$  y para  $n=16$  ó 32, como criterio general, y teniendo también en cuenta que este tipo de diseños se utilizan con mucha frecuencia en investigación en psicología, aconsejamos utilizar el AMVAR, que además es un procedimiento que ofrecen todos los paquetes estadísticos.

Si tenemos una curtosis mayor o igual de 2.5 (siempre y cuando la distribución sea simétrica (sesgo=0, o dentro del intervalo más o menos un error estándar) los procedimientos univariados ajustados (GG y HF) con un elevado tamaño de muestra haría que estas pruebas ajustasen el error en su nivel nominal. Si la curtosis es mayor, un incremento del número de sujetos no tendría efecto.

### **Modelo $\Sigma II$**

Para  $n=16$ , nunca utilizar  $\alpha=.01$ ; para  $\alpha=.05$  podemos utilizar HF o M indistintamente.

Para  $n=32$  y  $\alpha=.01$  el M se ajusta a su nivel nominal y para  $\alpha=.05$  se puede utilizar independientemente HF o M.

Para cualquiera que sea el tamaño muestral, y para  $\alpha=.05$ , puedo utilizar indistintamente bien el procedimiento HF, bien el AMVAR.

Si quiero utilizar  $\alpha=.01$ , he de utilizar un número amplio de sujetos, y siendo así, sólo el AMVAR.

## **6.2.- Error de tipo I para la interacción, modelo no aditivo y aditivo**

### **Modelo $\Sigma I$**

Para  $n=16$  (pocos sujetos), es preferible no usar el  $\alpha=.01$ . Utilizando un  $\alpha=.05$  podemos usar cualquiera de los procedimientos excepto ME que es siempre conservador y U que es siempre liberal. Tampoco debemos utilizar AR si la curtosis es alta.

Para  $n=32$  (amplio tamaño de la muestra), aconsejamos utilizar siempre el AMVAR y con  $\alpha=.05$ , ya que en esta situación mantiene el error en su nivel nominal; si lo utilizamos para  $\alpha=.01$ , tenemos que saber que cometeremos un error máximo de  $\alpha=.02$ .

Como tónica general, para la interacción, independientemente del número de sujetos y de la curtosis, ajustaremos el error en su nivel nominal siempre para  $\alpha=.05$  y utilizando cualquier procedimiento univariado ajustado (GG y HF) o AMVAR, mejor este último.

### **Modelo $\Sigma II$**

Es preferible utilizar  $\alpha=.05$  y siempre el procedimiento multivariado, ya que tiene

un comportamiento más estable para todos los niveles de curtosis, ajustándose mejor cuanto mayor es el número de sujetos.

### 6.3.- Potencia para el tratamiento - modelo aditivo

#### *Modelo $\Sigma I$*

Utilizar los procedimientos U, ME o GG pero sólo para una curtosis normal o baja.

Si el número de sujetos es elevado también se puede utilizar M para una curtosis normal o baja.

#### *Modelo $\Sigma II$*

Para una curtosis normal o baja, cualquier procedimiento tiene una potencia elevada, pero es el AMVAR es el único que resiste el incremento de la curtosis, y siempre obtiene la máxima potencia.

Para concluir, nos resta señalar que los datos se ajustaron con una precisión exquisita a los objetivos pretendidos como queda reflejado en la siguiente Tabla.

Precisión de las estimaciones efectuadas	
RR $\Sigma I$	0.7918
RR $\Sigma II$	0.08179
GG	0.4365
HF	0.4756
ME	14.28

**Tabla VI: Precisión de las estimaciones.**

### 7.- Referencias bibliográficas

- Box, G.E.P. y Anderson, S.L. (1955). Permutation in the derivation of robust criteria and the study of departures from assumptions. **Journal of the Royal Statistical Society, Series B**, 17, 1-26.
- Hoaglin, D.C. (1985). Summarizing shape numerically: The g-and-h distributions. In D. Hoaglin, F. Mosteller & J. Tukey (eds.), **Exploring Data Tables, Trends and Shapes**. New York: Wiley.
- Huynh, H. Y Feldt, L.S. (1976). Estimation of the Box correction for degrees of freedom from sample data in randomized block and split-plot designs. **Journal of Educational Statistics**, 1, 69-82.
- Micceri, T. (1989). The unicorn, the normal curve, and other improbable creatures. **Psychological Bulletin**, 105, 156-166.
- Sawilowsky, S.S. y Blair, C. (1992). A more realistic look at the robustness and Type II error probabilities of the test to departures from normality. **Psychological Bulletin**, 111, 325-360.
- Student (1927). Errors of routine analysis. **Biometrika**, 19, 151-164.

- Tukey, J.W. (1960). A survey of sampling from contaminated distributions. In J. Olkin, W. Hoeffding, S. Ghurye, W. Madow & H. Mann (eds.), **Contributions to Probability and Statistics**. Stanford, CA: Stanford University Press.
- Wilcox, R.R. (1990). Comparing the means of two independent groups. **Biometrical Journal**, **32**, 771-780.
- Wilcox, R.R. (1993). Analysing repeated measures or randomized block designs using trimmed means. **British Journal of Mathematical and Statistical Psychology**, **46**, 63-76.
- Yuen, K.K. (1974). The two-sample trimmed t for unequal population variances. **Biometrika**, **61**, 165-170.

## 8.- Apéndice.

		Tabla II. Error de Tipo I para el Tratamiento. Modelo no aditivo.															
Prueb	n	n=16								n=32							
	$\alpha$	0.01				0.05				0.01				0.05			
	k	N	B	M	A	N	B	M	A	N	B	M	A	N	B	M	A
U		0.04*	0.03	0.03*	0	0.08*	0.05	0.07	0.02	0.05*	0.03*	0.02*	0.02	0.08*	0.08*	0.07	0.05
AR		0.012	0.011	0.021	0.01	0.12*	0.05	0.07	0.01	0.02*	0.02*	0.02*	0	0.05	0.07	0.08*	0.03
GG		0	0	0	0	0.03	0.02	0.01	0	0	0	0	0	0.07	0.03	0.01	0
HF		0	0	0	0	0.05	0.03	0.02	0	0	0	0	0	0.07	0.03	0.01	0.01
ME		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
M		0.01	0.011	0.012	0.01	0.04	0.04	0.06	0.03	0.011	0.02*	0.03*	0	0.06	0.06	0.09*	0.02
U		0.04*	0.05*	0.02*	0.03	0.08*	0.13*	0.11*	0.07	0.04*	0.05*	0.04*	0.04	0.09*	0.09*	0.07	0.05
AR		0.03*	0.05*	0.03*	0.03	0.11*	0.14*	0.10*	0.06	0.04*	0.05*	0.03*	0.04	0.09*	0.09*	0.06	0.05
GG		0.01	0	0	0	0.04	0.04	0.01	0	0.01	0.01	0.02*	0	0.04	0.05	0.04	0.02
HF		0.013	0	0	0	0.04	0.05	0.04	0.02	0.01	0.01	0.02*	0	0.05	0.05	0.04	0.02
ME		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.01	0.01	0.01	0.01
M		0	0	0	0	0.03	0.027	0.04	0.02	0.01	0.01	0.01	0	0.03	0.05	0.05	0.02
Bradley		0.005 - 0.015				0.025 - 0.075				0.005 - 0.015				0.025 - 0.075			

**Tabla III. Error de Tipo I para la interacción. Modelo no aditivo.**

Prueb	k	n=16								n=32							
		0.01				0.05				0.01				0.05			
		N	B	M	A	N	B	M	A	N	B	M	A	N	B	M	A
U	n	0.02*	0.02*	0.03*	0.04	0.10*	0.07	0.08*	0.07	0.05*	0.06*	0.06*	0.01	0.15*	0.12*	0.12*	0.09
AR	$\alpha$	0.01	0	0.02*	0	0.04	0.02	0.04	0	0	0.02*	0.02*	0.01	0.12*	0.11*	0.08*	0.04
GG		0	0	0.01	0	0.02	0.02	0.03	0.03	0	0.04	0	0	0.04	0.06	0.06	0
HF		0.01	0	0.01	0	0.02	0.02	0.03	0.03	0	0.03	0.01	0	0.05	0.08*	0.06	0
ME		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.02	0	0
M		0	0	0.01	0	0.02	0.01	0.03	0.03	0.02*	0.02*	0.01	0	0.04	0.06	0.07	0.03
U		0.01	0.05*	0.02*	0.01	0.03	0.08*	0.04	0.05	0.07*	0.08*	0.05*	0.02	0.09*	0.09*	0.07	0.04
AR		0.01	0.04*	0.01	0.01	0.03	0.09*	0.04	0.05	0.06*	0.09*	0.05*	0.02	0.09*	0.10*	0.07	0.03
GG		0.011	0.010	0.011	0	0.01	0.04	0.02	0.01	0.01	0.01	0.02*	0	0.07	0.09*	0.06	0.01
HF		0	0.012	0.013	0	0.02	0.06	0.02	0.01	0.01	0.02	0.03*	0	0.08	0.09*	0.06	0.01
ME		0	0	0	0	0.01	0.02	0.01	0	0	0	0	0	0.01	0.01	0	0
M		0	0	0	0	0.02	0.04	0.02	0.01	0.01	0.01	0.01	0	0.05	0.04	0.06	0.04
Bradley		0.005 - 0.015				0.025 - 0.075				0.005 - 0.015				0.025 - 0.075			

**Tabla IV. Error de Tipo I para la interacción. Modelo aditivo.**

Prueb	k	n															
		n=16								n=32							
		0.01				0.05				0.01				0.05			
		N	B	M	A	N	B	M	A	N	B	M	A	N	B	M	A
U		0.02*	0.05*	0.03*	0.04	0.10*	0.15*	0.08*	0.07	0.06*	0.06*	0.06*	0.01	0.14	0.12	0.13	0.09
AR		0.01	0.01	0.02*	0.01	0.04	0.08*	0.04	0.03	0	0.01	0.02*	0.01	0.13	0.07	0.07	0.04
GG		0	0	0.01	0	0.02	0.06	0.03	0.01	0.01	0.02	0.01	0	0.06	0.06	0.06	0
HF		0.01	0.01	0.01	0.01	0.02	0.06	0.03	0.01	0.01	0.03*	0.02*	0	0.07	0.06	0.06	0
ME		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.01	0.02	0.01	0
M		0	0	0	0	0.01	0.04	0.02	0.02	0.01	0.01	0.01	0	0.05	0.06	0.05	0.03
U		0.01	0.02*	0.03*	0.01	0.03	0.03	0.05	0.07	0.05*	0.10*	0.05*	0.04	0.09*	0.10*	0.08*	0.04
AR		0.01	0.02*	0.03*	0.01	0.03	0.03	0.07	0.07	0.04*	0.18*	0.05*	0.04	0.09*	0.18*	0.08*	0.04
GG		0.01	0.01	0.02*	0	0.01	0.02	0.04	0.01	0.01*	0.01	0.01	0	0.06	0.07	0.05	0.03
HF		0.01	0.01	0.02*	0	0.03	0.03	0.04	0.01	0.02*	0.01	0.01	0	0.05	0.07	0.05	0.03
ME		0	0	0	0	0.01	0	0.02	0	0	0	0	0	0.02	0.03	0	0
M		0	0	0	0	0.022	0.021	0.02	0.11	0.012	0.011	0.013	0	0.05	0.02	0.06	0
Bradley		0.005 - 0.015				0.025 - 0.075				0.005 - 0.015				0.025 - 0.075			



		Tabla V. Potencia para el tratamiento. Modelo aditivo.															
Prueb	k	n=16								n=32							
		0.01				0.05				0.01				0.05			
		N	B	M	A	N	B	M	A	N	B	M	A	N	B	M	A
U		0.92	0.79	0.38	0.06	0.96	0.88	0.47	0.12	1	0.92	0.67	0.05	1	0.98	0.71	0.10
AR		0.59	0.38	0.11	0	0.97	0.58	0.26	0.06	0.91	0.73	0.22	0.02	0.97	0.84	0.45	0.07
GG		0.77	0.59	0.20	0.01	0.89	0.79	0.33	0.06	1	0.86	0.42	0.02	1	0.92	0.68	0.05
HF		0.84	0.62	0.25	0.01	0.95	0.80	0.38	0.07	1	0.88	0.46	0.02	1	0.94	0.66	0.05
ME		0.40	0.16	0.04	0	0.82	0.60	0.22	0.01	0.90	0.70	0.13	0	0.99	0.87	0.42	0.01
M		0.39	0.22	0.15	0.02	0.69	0.59	0.35	0.07	0.86	0.76	0.30	0.01	0.98	0.90	0.57	0.08
U		1	0.93	0.38	0.12	1	0.98	0.62	0.18	1	1	0.66	0.05	1	1	0.81	0.16
AR		0.98	0.86	0.32	0.07	0.99	0.96	0.56	0.17	1	1	0.62	0.06	1	1	0.75	0.20
GG		0.96	0.73	0.14	0	0.99	0.92	0.36	0.08	1	0.97	0.43	0.02	1	1	0.63	0.06
HF		0.97	0.75	0.18	0	1	0.94	0.40	0.08	1	0.97	0.44	0.02	1	1	0.66	0.04
ME		0.47	0.21	0	0	0.95	0.70	0.20	0.02	1	0.75	0.07	0	1	0.94	0.42	0.02
M		1	1	1	0.91	1	1	1	0.97	1	1	1	0.97	1	1	1	1
Bradley		0.005 - 0.015				0.025 - 0.075				0.005 - 0.015				0.025 - 0.075			